

MECANICA RUPERII

LABORATOR 2

DETERMINAREA EXPERIMENTALĂ A TENACITĂȚII LA FISURARE
PRIN METODA COMPLIANTEI

-
1. Energia potențială liberă și variația acesteia în funcție de complianță
 2. Măsurarea G_c prin metoda complianței
 3. Configurația probelor utilizate
 4. Fisurarea prin oboseală
 5. Modul de lucru
 6. Validarea rezultatelor încercării
-

1. Energia potențială liberă și variația acesteia în funcție de complianță

Pentru ca o fisură să se poată propaga, trebuie să furnizăm materialului o energie suplimentară în vederea creșterii suprafeței fisurate – energia superficială + (eventual) energia pentru deformație plastică. Considerăm un solid ce conține o fisură de lungime $2a$. Energia mecanică sau energia potențială totală a sistemului este egală cu $(W_e - L)$, W_e fiind energia elastică de deformație iar L este lucrul mecanic al sarcinilor exterioare. Dacă fisura crește cu da , figura 3.6, energia potențială scade cu $d(W_e - L)$.

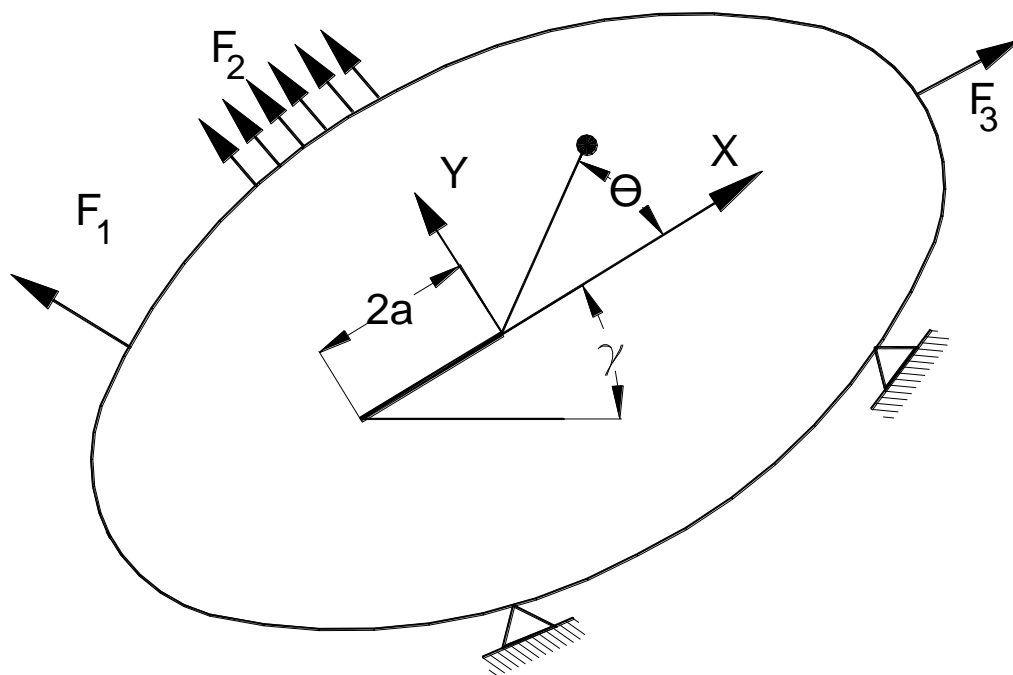


Fig. 3.6. Solid străpuns de o fisură

Se definește G ca fiind energia potențială totală liberă pe unitatea de suprafață nou formată ca urmare a propagării fisurii. Dacă solidul respectiv se consideră a fi o placă de grosime egală cu unitatea, vom avea:

$$G = -\frac{d(W_e - L)}{da} = \frac{d(W_e - L)}{da} \quad (1)$$

în care G este energia disponibilă pentru a face ca fisura să avanseze sau energia potențială eliberată sau „forța” de extensie a fisurii. Fisura se va propaga brusc atunci când G atinge o valoare critică G_c . În cazul materialelor foarte fragile G_c este egal cu de două ori energia superficială: $G_c = 2\gamma_s$. Pentru materialele ductile, G include termenul energetic datorat deformației plastice localizate la vârful fisurii, sistemul având o comportare elastică în ansamblu. Termenul G_c poate cuprinde de asemenea și alți termeni ai energiei disipate prin propagarea fisurii.

Considerăm o placă de grosime egală cu unitatea, ce conține o fisură străpunsă, supusă la tracțiune de către forța F , figura 1.

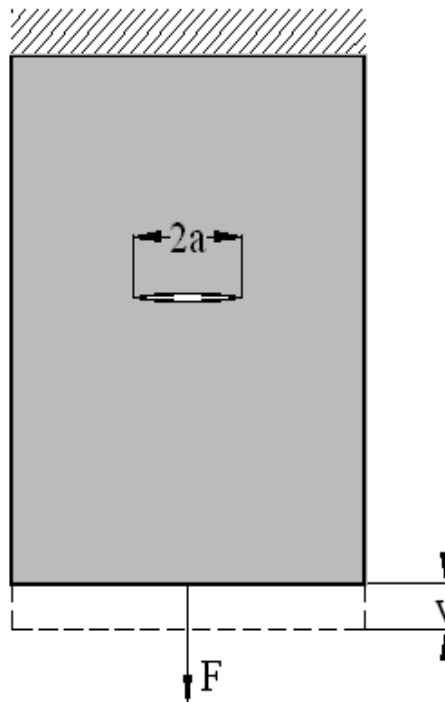


Fig. 1. Placă străpunsă de o fisură centrală

Aplicarea acestei solicitări antrenează deplasarea punctului de aplicație al forței cu v . Presupunând că are loc o propagare a fisurii cu da , aria acesteia crește cu dA iar v și F variază cu dv respectiv dF . În aceste condiții, variația lucrului mecanic al sarcinilor exterioare, dL , este egal cu $(F \cdot dv)$ iar variația energiei elastice a sistemului, dW_e , este egală cu $d\left(\frac{1}{2} Fv\right)$. Conform relației (1) vom avea:

$$Gda = dL - dW_e = Fdv - d\left(\frac{1}{2} Fv\right) \quad (2)$$

În această relație nu există termenii corespunzători unei deformății plastice deoarece nu există deformății plastice în ansamblul plăcii. Termenul **(G·da)** poate include întreaga energie de la vârful fisurii (superficială, de deformare plastică, etc.).

Vom examina două cazuri de încărcare: atunci când forța F rămâne constantă în timpul propagării fisurii și atunci când deplasarea v a punctelor sale de aplicație rămâne constantă.

A. Solicitare la încărcare constantă ($F=\text{const.}$), atunci când fisura se propagă cu da , iar punctul de aplicație al forței se deplasează cu dv , *figura 2*.

Pentru o mașină infinit moale este impusă încărcarea. Atât timp cât fisura nu se propagă, deplasarea v este proporțională cu F deoarece ne aflăm în domeniul elastic. Presupunem că la încărcarea $F=\text{const.}$ lungimea fisurii crește rapid cu da , *figura 2*.

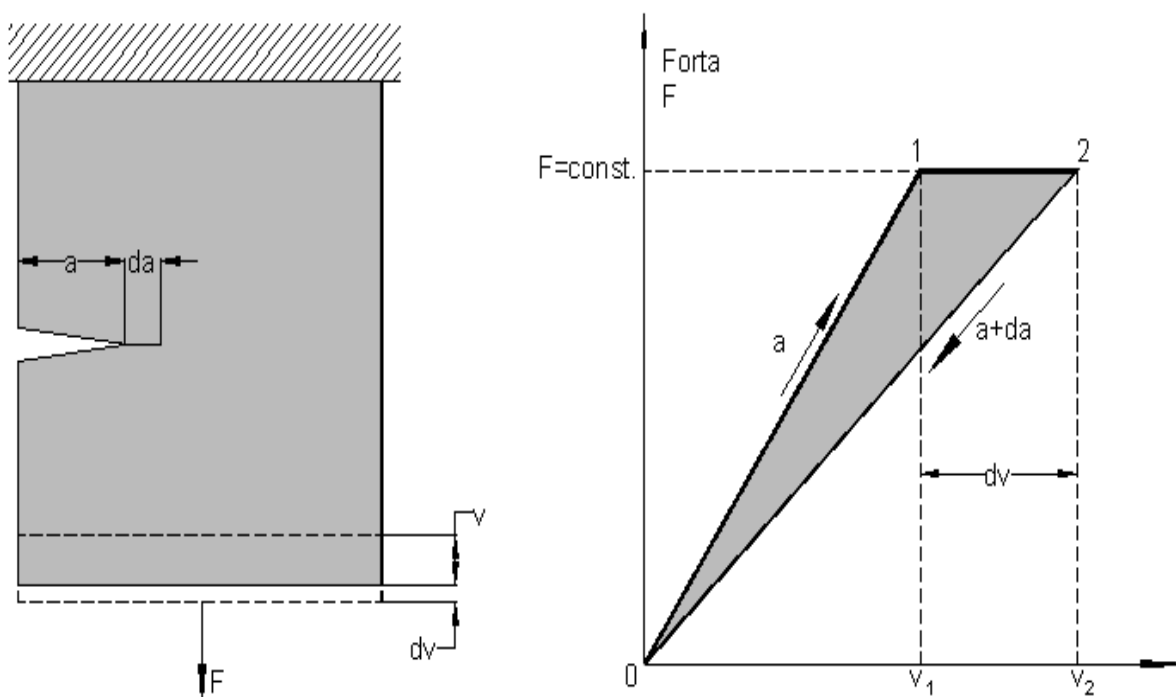


Fig. 2. Curbele de solicitare pentru fisurile de lungime a și $(a+da)$

Atunci când fisura crește cu da placa se alungește cu dv – de la v_1 la v_2 la forță constantă. Considerăm bilanțul energetic dat de relația (2). În cazul propagării fisurii energia elastică a sistemului variază cu:

$$dW_e = \frac{1}{2} d(Fv) = \frac{1}{2} (vdF + Fdv)$$

Intrucât $v \cdot dF \approx 0$ va rezulta:

$$dW_e = \frac{1}{2} Fdv$$

Se definește complianța epurii fisurate $C(a)$ care depinde de lungimea fisurii prin relația:

$$C(a) = \frac{v(a)}{F(a)} \quad (3)$$

Complianța reprezintă inversa pantei dreptei 0-1. Astfel, vom avea:

$$dW_e = \frac{1}{2} Fdv = \frac{1}{2} Fd \left(\frac{\partial C}{\partial a} F + C \right) da$$

Deoarece $F = \text{const.}$ rezultă că $\frac{\partial F}{\partial a} = 0$ și ca urmare:

$$dW_e = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da \quad (4)$$

Atunci când are loc propagarea fisurii, variația lucrului mecanic al forțelor exterioare va fi:

$$dL = Fdv = F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da$$

Având în vedere ultimile două relații și utilizând relația (2) se deduce:

$$Gda = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da$$

în care $G \cdot da$ reprezintă aria hașurată 0-1-2-0 din figura 2.

Ca urmare, energia disponibilă pentru a face ca fisura să se propage va fi dată de relația:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} \quad (5)$$

Astfel, la încărcare constantă energia elastică a sistemului crește dar lucrul mecanic al forțelor exterioare trebuie să aibe o valoare astfel încât variația totală a energiei potențiale $d(L + W_e)$ să reprezinte o diminuare. Altfel spus, lucrul mecanic efectuat de sarcinile exterioare este utilizat, jumătate pentru creșterea energiei elastice a sistemului, W_e , cealaltă jumătate fiind furnizat pentru a face să avanseze fisura, ($G \cdot da$).

B. Solicitare în condiții de deformare impusă – mașină infinit „dură” sau cu baturile de prindere fixe

Pentru o mașină la care deplasarea v este constantă ($dv=0$), deformarea (sau alungirea) este impusă. În acest caz, atunci când fisura crește rapid cu da , figura 3, forța scade de la valoarea F_1 la F_2 (de la punctul 1 la punctul 2).

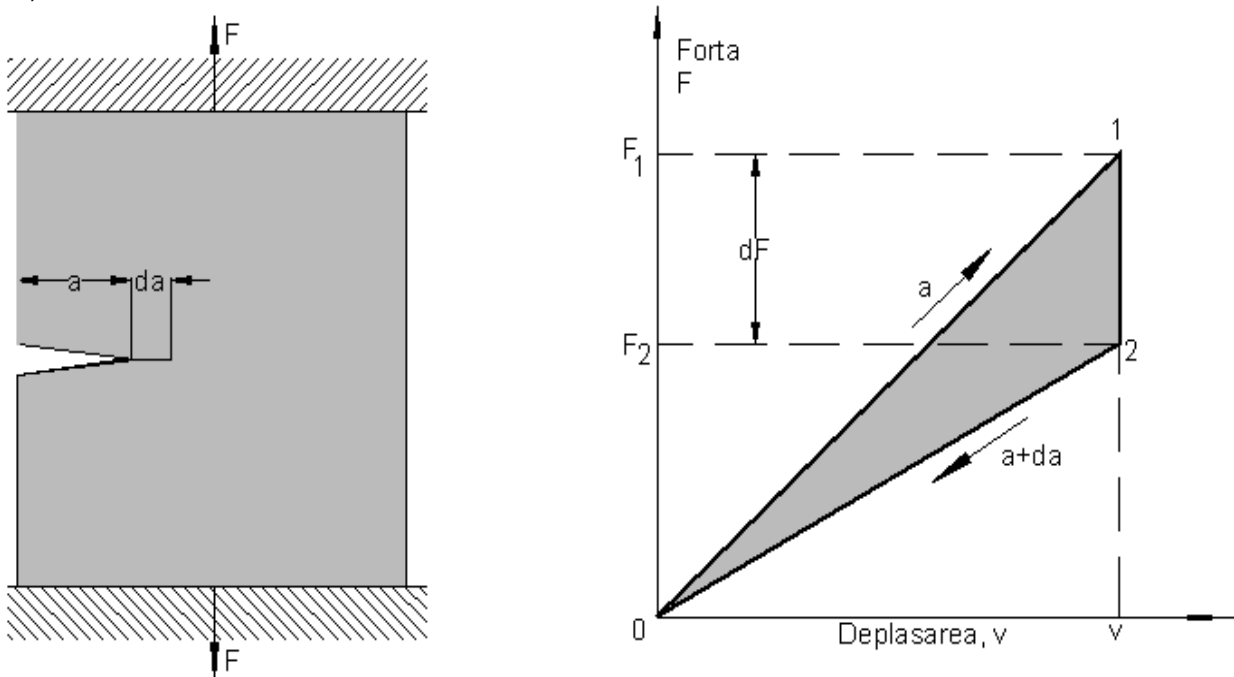


Fig. 3. Evoluția sistemului la deplasare impusă

Lucrul mecanic al sarcinilor exterioare este egal cu zero: $L=F \cdot dv=0$, iar energia elastică a sistemului scade tocmai datorită propagării fisurii:

$$dW_e = \frac{1}{2} d(Fv) = \frac{1}{2} (dF + Fdv)$$

Întrucât $Fdv=0$ va rezulta:

$$dW_e = \frac{1}{2} dF$$

Tinând cont de relația (3) vom avea:

$$dF = d\left[\frac{v(a)}{C(a)}\right] = \left(\frac{1}{C} \frac{\partial v}{\partial a} - \frac{v}{C^2} \frac{\partial C}{\partial a}\right) da = -\frac{v}{C^2} \frac{\partial C}{\partial a} da \text{ întrucât } \frac{\partial v}{\partial a} = 0$$

Așadar va rezulta:

$$dW_e = -\frac{1}{2} \frac{v^2}{C^2} \frac{\partial C}{\partial a} da$$

și întrucât $v=F \cdot C$ vom avea:

$$dW_e = -\frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da$$

Tinând cont de relația (2) va rezulta:

$$Gda = dL - dW_e = -\frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} da \text{ întrucât } dL=0$$

și ca urmare:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a}$$

regăsindu-se expresia (5) a energiei disponibile pentru propagarea fisurii în cazul solicitării cu încărcare constantă.

Astfel, la deformare impusă, ca urmare a solicitării exterioare cu forța F , în placă se stochează o anumită energie elastică. Fără ca lucrul mecanic exterior să varieze, respectiva energie elastică stocată scade cu o anumită cantitate care este utilizată pentru propagarea fisurii. Termenul $(G \cdot da)$, în cazul solicitării la deformare impusă, este reprezentat de aria hașurată 0-1-2-0 din figura 3.

Observații.

1. Pentru o placă de grosime b se poate scrie:

$$G \cdot b \cdot da = dL - dW_e$$

adică:

$$G = \frac{1}{2} \frac{F^2}{b} \frac{\partial C}{\partial a} \quad (6)$$

2. Se poate exprima G și în funcție de rigiditatea k a sistemului (pentru o placă cu $b=1$):

$$k = \frac{F}{v} = \frac{1}{C}$$

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial}{\partial a} \left(\frac{1}{k} \right) = -\frac{1}{2k^2} F^2 \frac{\partial k}{\partial a} = -\frac{v^2}{2} \frac{\partial k}{\partial a}$$

S-a constatat faptul că G este independent de modul de propagare a fisurii: la încărcare constantă sau la deformare impusă. Ca urmare:

$$G = \frac{1}{2} F^2 \frac{\partial C}{\partial a} = \left(\frac{\partial W_e}{\partial a} \right)_{F=const} = - \left(\frac{\partial W_e}{\partial a} \right)_{v=const}$$

În cele două cazuri G este egală cu derivata energiei elastice cu semn schimbat, în cazul în care $v=const.$, întrucât W_e crește la încărcare constantă și scade la deplasare constantă. Așadar, la încărcare constantă energia pentru propagarea fisurii se bazează pe creșterea lucrului mecanic exterior $\left(\frac{1}{2} F dv\right)$, crescând în același timp și energia elastică acumulată în placă. La deplasare constantă (deformații impuse) energia pentru propagarea fisurii se bazează pe diminuarea energiei elastice acumulată în placă anterior ca urmare a solicitării cu forța F .

G nu depinde de constantele elastice ale materialului sau de geometria epruvetei utilizate dar depinde de modul în care sistemul va evolua ulterior, prin complianța C .

2. Măsurarea G_c prin metoda complianței

Termenul $(G \cdot da)$ reprezintă energia disponibilă pentru propagarea fisurii cu da . Pentru ca fisura să se poată propaga trebuie ca G să atingă valoarea critică G_c sau ca încărcarea să atingă o valoare critică astfel încât aria 0-1-2-0 să fie egală cu $G_c da$.

G_c se poate determina utilizând relația (6), cu condiția de a cunoaște variația complianței în funcție de lungimea fisurii, respectiv termenul $\frac{\partial C}{\partial a}$. Pentru a determina funcția $C(a)$ este suficient să determinăm variația $F(v)$ pentru mai multe epruvete cu aceeași configurație generală, diferențiindu-se doar prin lungimea fisurii.

Pentru fiecare din probele 1, 2.....i....n se vor măsura lungimile corespunzătoare ale fisurilor, respectiv $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n$. Fiecare probă se caracterizează printr-o anumită complianță dată de relația $C = \frac{v}{F}$ în care v reprezintă deplasarea punctelor de aplicație ale forței F . Fiecare probă având fisuri cu lungimile $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_n$ se supune la tracțiune în domeniul liniar elastic obținându-se dependența $F(v)$, figura 4a.

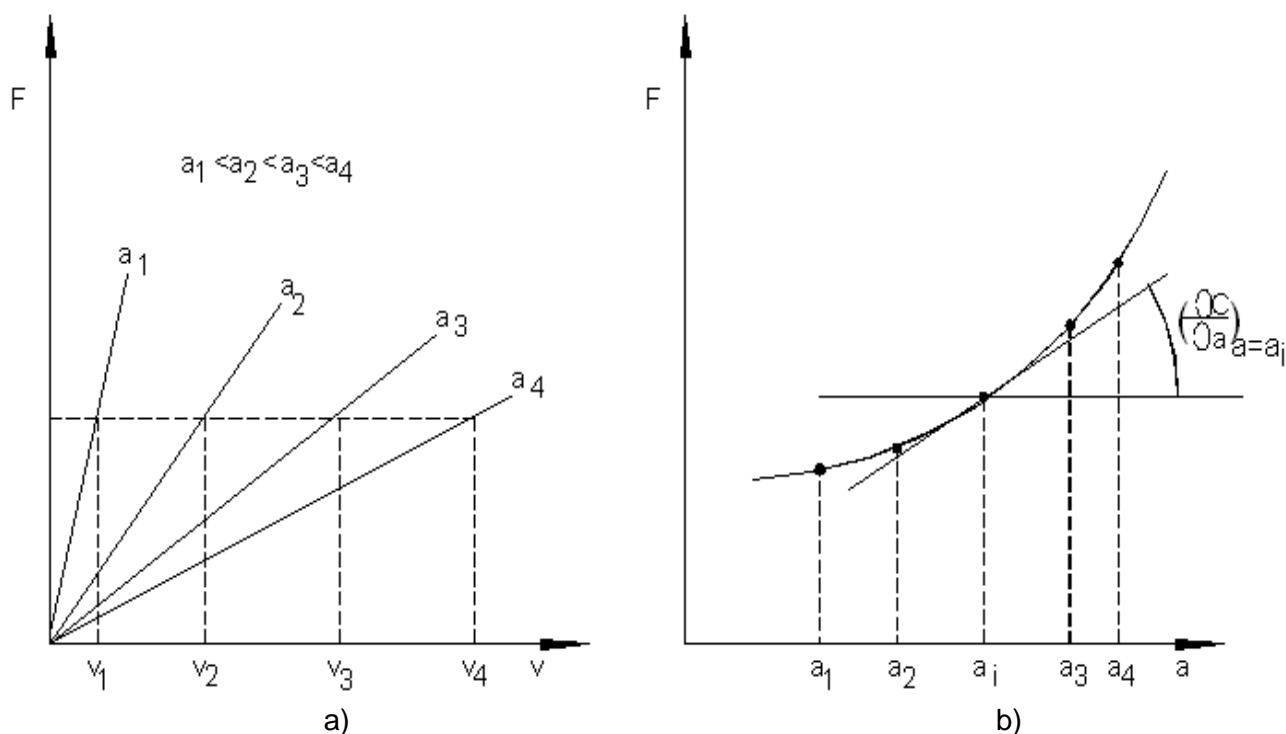


Fig. 4. Determinarea G_c cu ajutorul complianței

Pentru fiecare probă cu lungimea fisurii a_i , prin raportul $\frac{V}{F}$ se obține dependența $C(a)$, *figura 4b*. Pentru o probă cu lungimea fisurii intermediară, $a_1 > a_i > a_n$, se determină $\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i}$ reprezentat grafic în *figura 4b*. Aceeași probă cu lungimea fisurii a_i se supune la tracțiune până la rupere obținându-se forța critică F_c care a dus la distrugere. Introducând valorile obținute pentru $\left(\frac{\partial C}{\partial a}\right)_{a=a_i}$ și F_c în relația (6) se obține valoarea critică G_c a energiei disponibile pentru ca fisura existentă să se propage și să se transforme într-o fisură instabilă.